Méthode modale mixte pour le contact unilatéral corde / obstacle : application au chevalet de la tampoura

Clara Issanchou, Stefan Bilbao, Olivier Doaré, Jean-Loic Le Carrou, Cyril Touzé

▶ **To cite this version:**

Clara Issanchou, Stefan Bilbao, Olivier Doaré, Jean-Loic Le Carrou, Cyril Touzé. Méthode modale mixte pour le contact unilatéral corde / obstacle : application au chevalet de la tampoura. Congrès Français d'Acoustique, CFA/VISHNO 2016, Apr 2016, Le Mans, France. hal-01302897

HAL Id: hal-01302897

https://ensta-paris.hal.science/hal-01302897

Submitted on 15 Apr 2016

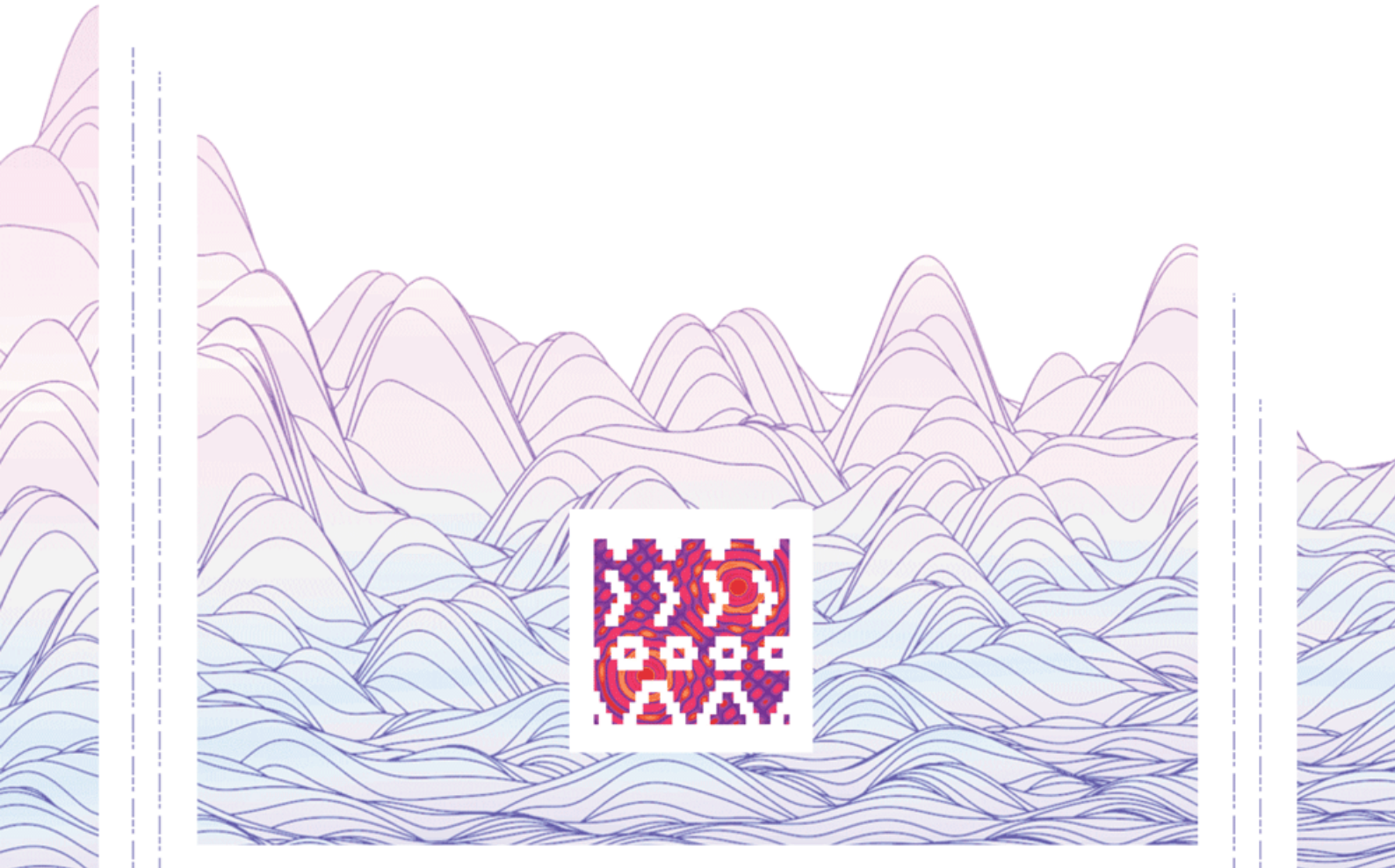
HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CFA/VISHNO 2016

Méthode modale mixte pour le contact unilatéral corde / obstacle : application au chevalet de la tampoura

C. Issanchou[a], S. Bilbao[b], O. Doaré[c], J.-L. Le Carrou[a] et C. Touzé[c]
[a]Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, CNRS, LAM / d'Alembert, 11 rue de Lourmel, Paris 75015, France
[b]University of Edinburgh, Room 1602, James Clerk Maxwell Building, King's Buildings, EH9 3JZ Edinburgh, UK
[c]IMSIA, ENSTA ParisTech-CNRS-EDF-CEA, Université Paris Saclay, 828 Boulevard des maréchaux, 91762 Palaiseau Cedex, France
issanchou@lam.jussieu.fr



LE MANS

Les contacts entre une corde vibrante et un obstacle rigide sont fréquemment rencontrés dans divers instruments de musique (basse électrique, contrebasse, sitar, tampoura...), ce qui donne lieu à des sonorités riches et variées. Dans la littérature, ce problème est l'objet d'études analytiques, numériques et, dans une moindre mesure, expérimentales. Dans cette étude, on présente une nouvelle méthode numérique permettant de calculer en temps les déplacements d'une corde, éventuellement raide et amortie, en présence d'un obstacle unilatéral de forme quelconque. Le modèle est dit modal mixte car les opérateurs numériques sont issus d'une description modale du système mais exprimés dans l'espace physique. La force de contact est régularisée et un schéma conservatif en temps est mis en œuvre. Cette méthode implique un nombre de modes égal au nombre de points de discrétisation spatiale, et permet de prendre en compte finement les fréquences propres et les amortissements réels d'une corde. Des résultats numériques sont confrontés à des mesures expérimentales dans le cas d'un obstacle ponctuel. Celui-ci est placé soit au milieu de la corde, soit très proche de l'une de ses extrémités, cette dernière configuration correspondant à une approximation d'un chevalet de tampoura.

1 Introduction

On s'intéresse dans cet article aux contacts entre une corde vibrante et un obstacle. Ces contacts sont essentiels pour comprendre le son produit par certains instruments à corde d'origine indienne (sitar, tampoura...), mais aussi pour des instruments comme la contrebasse ou la basse électrique.

Les méthodes numériques permettant de modéliser le contact corde / obstacle mises en oeuvre dans la littérature sont variées. Les guides d'ondes sont exploités dans [1], et couplés aux différences finies dans [2] pour une corde idéale, [3] pour une corde dispersive amortie et un obstacle à l'extrémité de la corde. Une approche modale est privilégiée dans [4], où un obstacle semblable à celui présent sur une tampoura est simulé. Des méthodes conservatives avec une force de contact régularisée sont présentées dans [5] et [6], la première étant basée sur les équations Hamiltoniennes du système, la seconde employant les différences finies. Ces schémas permettent de modéliser le contact entre une corde dispersive amortie et un obstacle de forme quelconque. Cependant, de par leur nature temporelle, ces approches ne permettent pas de prendre en compte des pertes dont la dépendance fréquentielle peut être ajustée pour chaque mode.

Des études expérimentales ont également été menées. Le *sawari* du *Chikuzen biwa* est en particulier l'objet de [7] (obstacle arrondi). L'importance de la courbe du chevalet est soulignée dans le cas du sitar, dans [8]. Dans ces deux cas, l'étude porte sur des instruments complets. La corde isolée est observée dans [9] avec un contact entre une corde et des obstacles ponctuels, et dans [4], où le mécanisme présent sur la tampoura est étudié, le chevalet courbe et son fil *juari* étant assimilés à un chevalet double. Selon les auteurs, la dispersion est indispensable à l'effet donné par le chevalet.

Avec une visée de synthèse sonore, l'étude présentée ici se concentre sur la mise en œuvre d'une méthode numérique robuste permettant une gestion raffinée des phénomènes dissipatifs, et prenant en compte le contact à travers une description régularisée. Ces travaux consistent essentiellement à tirer partie des atouts de la méthode proposée dans [6] (en particulier l'utilisation d'un schéma numérique conservant l'énergie à l'aide d'une régularisation de la force de contact), tout en l'étendant à la gestion de lois d'amortissements pouvant être ajustés mode par mode. De plus, on présente un protocole expérimental, composé d'une corde isolée et d'obstacles de notre choix, permettant d'observer le comportement réel de cette corde en présence d'obstacles. Enfin, des comparaisons poussées sont proposées entre les résultats numériques et expérimentaux dans le cas d'un obstacle ponctuel, placé au centre de la corde puis proche de l'une de ses extrémités. Cette dernière configuration est proche de celle rencontrée sur une tampoura [4].

2 Modèle numérique

2.1 Présentation du problème

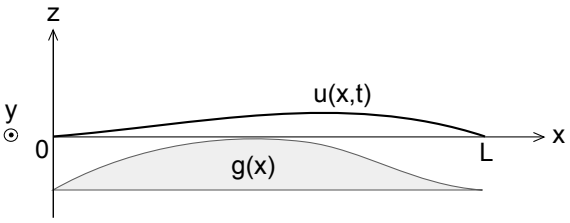


FIGURE 1 – Schéma du problème considéré

Le système étudié, représenté sur la figure 1, est une corde raide de longueur L, de masse linéique μ, de tension T, dont l'amortissement dépend de la fréquence et en présence d'un obstacle d'équation $g(x)$ pour $x \in [0, L]$, situé sous la corde au repos. La corde est supposée raide, avec un module d'Young E et un moment d'inertie I. Son mouvement, pour de petits déplacements, est régi par l'équation suivante :

$$\mu u_{tt} - T u_{xx} + EI u_{xxxx} + 2\sigma_0 \mu u_t = f, \tag{1}$$

où $u(x,t)$ représente le déplacement de la corde, et $\sigma_0 \geq 0$ un paramètre de pertes, lesquelles ne dépendent pas de la fréquence pour l'instant. u_X désigne la dérivée partielle de u par rapport à la variable X.

La force de contact est régularisée, et a pour expression $f(u) = K\left[g(x) - u(x,t)\right]_+^\alpha$, où $[x]_+$ désigne la partie positive de x [6]. Cette force dérive d'un potentiel ψ : $f = -\frac{d\psi}{du}$ avec $\psi(u) = \frac{K}{\alpha+1}\left[g(x) - u(x,t)\right]_+^{\alpha+1}$.
Les conditions aux limites sont telles que :
$u(0,t) = u(L,t) = u_{xx}(0,t) = u_{xx}(L,t) = 0 \ \forall t \in \mathbb{R}^+$.

L'énergie continue associée à l'équation (1) a pour

expression :

$$\mathscr{H} = \frac{\mu}{2}\int_0^L (u_t)^2 dx + \frac{T}{2}\int_0^L (u_x)^2 dx + \frac{EI}{2}\int_0^L (u_{xx})^2 dx + \int_0^L \psi dx. \tag{2}$$

Elle vérifie $\mathscr{H} \geq 0$ et satisfait l'égalité suivante :

$$\frac{d\mathscr{H}}{dt} = -Q, \text{ avec } Q = 2\sigma_0\mu\int_0^L (u_t)^2\, dx. \tag{3}$$

Le problème étant posé, on s'attache maintenant à le simuler numériquement.

2.2 Schéma numérique

Les différentes étapes pour la construction du modèle numérique sont les suivantes :
1. On part d'un schéma exact proposé dans [10] pour un oscillateur harmonique simple, dans le cas sans obstacle.
2. On applique ce schéma à chaque mode de la corde, et l'on ajoute un terme pour la force de contact. A ce stade, l'équation obtenue porte sur les coefficients modaux de u.
3. Le choix d'un nombre de modes égal au nombre de points intérieurs de discrétisation spatiale permet de réécrire simplement l'équation sur u. On exprime alors la force de contact unilatérale selon le schéma conservatif proposé dans [6].

Suivons ces étapes une à une. Fort de la connaissance du schéma exact pour un oscillateur harmonique proposé dans [10], on commence donc par exprimer l'expansion modale à l'ordre N de u : $u(x,t) = \sum_{p=1}^{N} q_p(t)\phi_p(x)$, où $\phi_p(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{p\pi x}{L}\right)$ pour des conditions aux limites en appui simple.
La corde est discrétisée spatialement à l'aide du maillage suivant : $x_i = \frac{iL}{N}$, $i \in \{0,...,N\}$. On a $u(x_0,t) = 0$ et $u(x_N,t) = 0\ \forall t \in \mathbb{R}^+$, on ne s'intéresse donc par la suite qu'aux valeurs de u sur le maillage pour $i \in \{1,2,...,N-1\}$.

On note u_i le déplacement de la corde au point x_i. Si l'on considère $N-1$ modes, alors $\forall i \in \{1,2,...,N-1\}$, on a :

$$u_i(t) = \sum_{p=1}^{N-1} q_p(t)\phi_p(x_i) = \sum_{p=1}^{N-1} q_p(t)\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{p\pi i}{N}\right).$$

Ceci s'écrit encore, sous forme matricielle : $\mathbf{u} = \mathbf{Sq}$, avec $S_{i,j} = \phi_j(x_i)$, $\forall (i,j) \in \{1,...,N\}^2$.

En injectant l'expansion modale d'ordre $N-1$ de u dans l'équation (1), on obtient :

$$\mu(\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{\Omega}^2\mathbf{q} + 2\Sigma\dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{F}, \tag{4}$$

où $\mathbf{\Omega}$ et $\mathbf{\Sigma}$ sont des matrices diagonales, telles que $\Omega_{i,i} = 2\pi f_i$ et $\Sigma_{i,i} = \sigma_i\ \forall i \in \{1,...,N-1\}$. Les fréquences propres sont données par : $f_i = if_0\sqrt{1+Bi^2}$, avec f_0 la fréquence fondamentale pour la corde souple et $B = \frac{\pi^2 EI}{TL^2}$. σ_i est le paramètre d'amortissement relatif au ième mode, que l'on peut à présent faire varier à loisir.

L'équation de la corde avec contact est maintenant discrétisée spatialement, on s'intéresse désormais à la discrétisation temporelle. On s'inspire pour cela du schéma exact pour un oscillateur harmonique en l'absence de force [10]. Le schéma sera donc exact si la force de contact est nulle.

On pose q_i^n la valeur de q_i (coefficient correspondant au mode i) au temps $t^n = n\Delta t$, et on discrétise le schéma comme suit :

$$\mu\left[\check{\mathbf{C}}_\mathbf{1}\delta_{tt}\mathbf{q^n} + \check{\mathbf{C}}_\mathbf{2}\mathbf{q^n} + \check{\mathbf{C}}_\mathbf{3}\delta_{t.}\mathbf{q^n}\right] = \mathbf{F^n}, \tag{5}$$

avec $\check{\mathbf{C}}_\mathbf{1}$, $\check{\mathbf{C}}_\mathbf{2}$ et $\check{\mathbf{C}}_\mathbf{3}$ diagonales telles que :

$$\check{C}_{1_{ii}} = \frac{1+(1-\alpha_i)\frac{\omega_i^2\Delta t^2}{2}}{1+(1-\alpha_i)\frac{\omega_i^2\Delta t^2}{2}+\sigma_i^*\Delta t}$$
$$\check{C}_{2_{ii}} = \frac{\omega_i^2}{1+(1-\alpha_i)\frac{\omega_i^2\Delta t^2}{2}+\sigma_i^*\Delta t}$$
$$\check{C}_{3_{ii}} = \frac{2\sigma_i^*}{1+(1-\alpha_i)\frac{\omega_i^2\Delta t^2}{2}+\sigma_i^*\Delta t}.$$

Les opérateurs discrets sont tels que : $\delta_{tt}\mathbf{q^n} = \frac{\mathbf{q^{n+1}}-2\mathbf{q^n}+\mathbf{q^{n-1}}}{\Delta t^2}$ et $\delta_{t.}\mathbf{q^n} = \frac{\mathbf{q^{n+1}}-\mathbf{q^{n-1}}}{2\Delta t}$.
Les coefficients correspondants sont les suivants :

$$\alpha_i = \frac{2}{\omega_i^2\Delta t^2} - \frac{A}{1+e-A}$$
$$\sigma_i^* = \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\omega_i^2\Delta t}{2} - \alpha\frac{\omega_i^2\Delta t}{2}\right)\frac{1-e}{1+e}$$

avec :

$$A = e^{-\sigma_i\Delta t}\left(e^{\sqrt{\sigma_i^2-\omega_i^2}\Delta t} + e^{-\sqrt{\sigma_i^2-\omega_i^2}\Delta t}\right) \text{ et } e = e^{-2\sigma_i\Delta t}.$$

Ce choix de paramètres permet d'obtenir un schéma exact en temps lorsque $\mathbf{F} = \mathbf{0}$, et donc la meilleure approximation possible des fréquences vibratoires en l'absence de pertes, *cf* [10].
Il reste à ce stade à expliciter F. Les différents modes sont couplés à travers ce terme de force de contact. Afin de s'affranchir de la complexité que cela implique, on choisit de revenir à une équation sur u, en utilisant la propriété suivante de la matrice $\mathbf{S}$: $\mathbf{S}^T\mathbf{S} = \frac{N}{L}\mathbf{I_N}$, donc $\mathbf{S}^{-1} = \frac{L}{N}\mathbf{S}^T$.

Ceci nous donne le schéma sur u suivant :

$$\mu\left[\check{\mathbf{D}}_\mathbf{1}\delta_{tt}\mathbf{u^n} + \check{\mathbf{D}}_\mathbf{2}\mathbf{u^n} + \check{\mathbf{D}}_\mathbf{3}\delta_{t.}\mathbf{u^n}\right] = \mathbf{f^n}, \tag{6}$$

avec $\check{\mathbf{D}}_\mathbf{1} = \mathbf{S}\check{\mathbf{C}}_\mathbf{1}\mathbf{S}^{-1}$, $\check{\mathbf{D}}_\mathbf{2} = \mathbf{S}\check{\mathbf{C}}_\mathbf{2}\mathbf{S}^{-1}$ et $\check{\mathbf{D}}_\mathbf{3} = \mathbf{S}\check{\mathbf{C}}_\mathbf{3}\mathbf{S}^{-1}$.

Notons $\delta_{t-}\mathbf{q^n} = \frac{\mathbf{q^n}-\mathbf{q^{n-1}}}{\Delta t}$ et $\delta_{t+}\mathbf{q^n} = \frac{\mathbf{q^{n+1}}-\mathbf{q^n}}{\Delta t}$. On choisit l'expression présentée dans [6] pour la force : $\mathbf{f^n} = \frac{\delta_{t-}\psi^{\mathbf{n+\frac{1}{2}}}}{\delta_{t.}\mathbf{u^n}}$, avec $\psi^{\mathbf{n+\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}(\psi^{\mathbf{n+1}} + \psi^{\mathbf{n}})$ et $\psi^{\mathbf{n}} = \psi(\mathbf{u^n})$, forme qui permet d'avoir conservation de l'énergie (ou dissipation de l'énergie en présence de pertes).

En effet, on peut montrer que l'on obtient l'égalité d'énergie suivante :

$$\delta_{t-}\mathbf{H^{n+\frac{1}{2}}} = -\mu\left\langle\delta_{t.}\mathbf{u^n}, \check{\mathbf{D}}_\mathbf{3}\delta_{t.}\mathbf{u^n}\right\rangle, \tag{7}$$

avec :

$$\mathbf{H^{n+\frac{1}{2}}} = \frac{\mu}{2}\left\langle\delta_{t+}\mathbf{u^n}, \check{\mathbf{D}}_\mathbf{1}\delta_{t+}\mathbf{u^n}\right\rangle + \frac{\mu}{2}\left\langle\mathbf{u^{n+1}}, \check{\mathbf{D}}_\mathbf{2}\mathbf{u^n}\right\rangle + \left\langle\psi^{\mathbf{n+\frac{1}{2}}}, 1\right\rangle \tag{8}$$

et en définissant le produit scalaire par :

$$\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = \Delta x \sum_{j \in \{0,\dots,N\}} u_j v_j.$$

Si $\check{\mathbf{D}}_3$ est définie positive, ce qui est le cas pour $\sigma_i^* > 0$, alors le schéma est strictement dissipatif. Dans ce cas, la stabilité est garantie si l'énergie est toujours positive.

Ayant maintenant à disposition un schéma numérique pour modéliser une corde raide et amortie en présence un obstacle de forme quelconque, dans lequel on peut injecter des valeurs mesurées de fréquences et amortissement, on souhaite comparer des résultats numériques à des mesures. Pour cela, on met en place un protocole expérimental.

3 Protocole expérimental

3.1 Montage

La corde étudiée est une corde de sol de guitare électrique, de diamètre 0.43 mm, de masse linéique 1.17 g.m^{-1}, de longueur $L = 1002$ mm et de tension valant environ 180.5 N (soit une fréquence fondamentale d'environ 196 Hz).

On étudie la vibration de cette corde isolée sur le banc de corde utilisé dans [11] (figure 2). Celle-ci est initialement pincée en son milieu à l'aide d'un fil de cuivre de diamètre 0.05 mm, choisi petit pour avoir des vibrations de petite amplitude. Le fil cassant toujours à la même tension, nous obtenons une excitation répétable. Un capteur de déplacement [12] donne le déplacement de la corde selon (Oz) à 1 cm de l'extrémité $x = L$ de la corde.

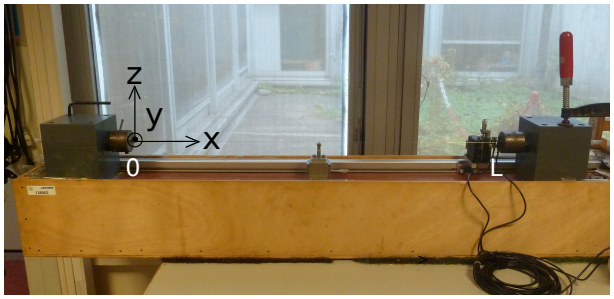


Figure 2 – Banc de corde

Ont traitera le cas de l'obstacle ponctuel en plaçant une arête de pavé métallique sous la corde, présenté sur la figure 3. Celui-ci est placé sur un élévateur micrométrique permettant un positionnement précis.

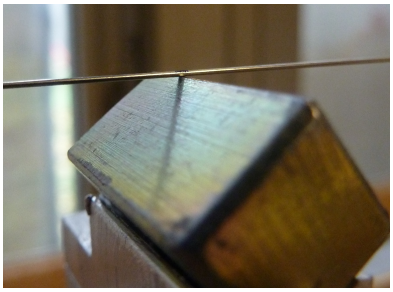


Figure 3 – Obstacle ponctuel

3.2 Identification des caractéristiques linéaires

A l'aide de la méthode ESPRIT [13] utilisée après un traitement du signal similaire à celui décrit dans [14], on obtient 36 fréquences propres et amortissements de la corde. On utilise ensuite des valeurs théoriques pour les partiels suivants, dont les paramètres sont ajustés en fonction des mesures.

L'effet de la raideur est ainsi pris en compte à travers le coefficient d'inharmonicité $B = 1.78 \times 10^{-5}$, on obtient alors la figure 4a. L'écart entre la théorie et les mesures pour les fréquences allant jusqu'à 7 kHz est inférieur à 1 savart.

Les valeurs d'amortissement théoriques sont quant à elles déterminées d'après le modèle exposé dans [4]. Le facteur de qualité Q est ainsi calculé selon :

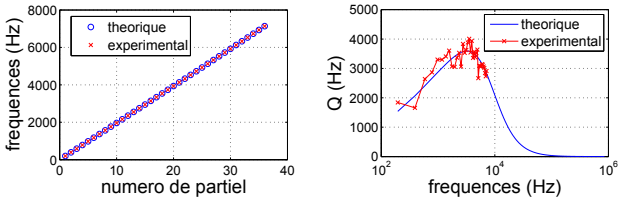
$$Q^{-1} = Q_{air}^{-1} + Q_{ve}^{-1} + Q_{te}^{-1}, \tag{9}$$

où les indices ve et te se réfèrent aux pertes viscoélastiques et thermoélastiques respectivement, et avec :

$$Q_{air}^{-1} = \frac{R}{2\pi\mu f_n}, \; R = 2\pi\eta_{air} + 2\pi d\sqrt{\pi\eta_{air}\rho_{air} f_n},$$
$$Q_{ve}^{-1} = \frac{4\pi^2 \mu E I \delta_{ve}}{T^2} f_n^2,$$
$$Q_{te}^{-1} \text{ une constante,}$$

où η_{air} et μ_{air} sont respectivement le coefficient de viscosité dynamique et la densité de l'air. δ_{ve} s'appelle l'angle de pertes viscoélastiques et correspond à un retard de phase de la déformation sur la contrainte [15].

Les paramètres δ_{ve} et Q_{te}^{-1} s'ajustent par rapport à des données. δ_{ve} étant indépendant de la fréquence dans la gamme audible pour des cordes en métal [15], c'est ici une constante. Afin d'ajuster au mieux les valeurs théoriques aux mesures obtenues sur les 36 premiers modes (*cf* figure 4b), on prendra ici $\delta_{ve} = 0.006$ et $Q_{te}^{-1} = 0.000138$.



(a) (b)

Figure 4 – (a) Fréquences propres expérimentales et théoriques (b) Facteur de qualité expérimental et théorique.

Les caractéristiques linéaires de la corde sont ainsi déterminées et peuvent être utilisées dans le modèle numérique précédemment décrit, en considérant les valeurs mesurées pour les 36 premiers modes, et les résultats théoriques pour les modes suivants. Ceci nous permet finalement de confronter les résultats numériques et expérimentaux. Dans la partie qui suit, nous effectuons cette comparaison dans le cas d'un obstacle ponctuel.

4 Cas du contact ponctuel : résultats et discussion

4.1 Obstacle centré

On considère ici l'obstacle ponctuel de la figure 3, que l'on place sous la corde, en son milieu, et l'affleurant lorsqu'elle est au repos. La corde est pincée en son milieu, avec une vitesse initiale nulle. Les paramètres numériques de raideur de la force sont $K = 10^{13}$ et $\alpha = 1.3$. La corde est discrétisée en $N = 1001$ points intérieurs. La convergence temporelle est difficile à obtenir pour les problèmes de contact, faisant intervenir des temps très courts et des raideurs extrêmement élevées. L'amortissement joue quant à lui un rôle bénéfique puisqu'il contrôle la partie hautes fréquences du spectre numérique. Une étude de convergence sur le problème amorti nous a montré qu'une fréquence d'échantillonnage F_e d'au moins 1 MHz était nécessaire. Dans la suite de l'étude nous avons fixé $F_e = 2$ MHz. En comparant le signal obtenu sur banc de corde et le signal calculé avec le schéma numérique exposé dans la partie 2.2, on obtient la figure 5. L'énergie présentée est celle du signal numérique (équation (8)).

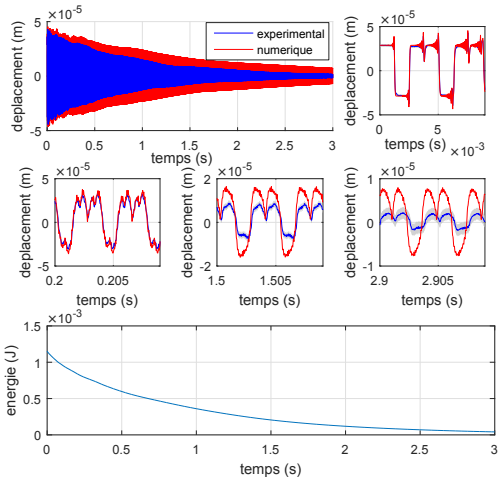
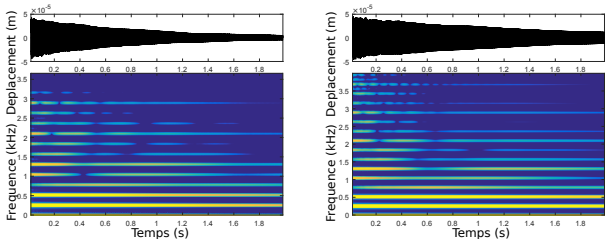


FIGURE 5 – Comparaison des signaux obtenus expérimentalement et numériquement, obstacle au milieu. Les zones grisées représentent l'incertitude à 95 % du signal expérimental.



(a) (b)

FIGURE 6 – Spectrogrammes, obstacle au milieu : (a) signal expérimental (b) signal numérique.

On vérifie que les fréquences fondamentales du signal numérique avec et sans obstacle, f_a et f_s respectivement, vérifient le rapport $\frac{f_s}{f_a} = \frac{195.7}{261.3} \approx \frac{3}{4}$ prévu par la théorie [16].

On observe sur la figure 5 une très forte similitude entre les signaux expérimentaux et numériques. Il existe cependant un léger déphasage entre eux, ainsi qu'une amplitude plus importante dans le cas numérique. Ces différences peuvent être dues à une erreur d'estimation du facteur de qualité de la corde, à l'incertitude expérimentale sur la hauteur et la position de l'obstacle ou encore à des amortissements dus à l'interaction corde / obstacle. Cela pourrait encore faire suite à une condition initiale numérique ne correspondant pas parfaitement à l'excitation expérimentale.

Les spectrogrammes, présentés sur les figures 6a et 6b, ont également des allures similaires. On remarque notamment l'absence de réjection de modes, également signalée entre autres dans [17], ainsi qu'un transfert d'énergie entre modes.

4.2 Obstacle de type tampoura

La tampoura est un instrument à cordes pincées dont les cordes se jouent à vide, et comportant un chevalet courbe sur lequel est placé un fil *juari*. Cet ensemble est décrit comme un chevalet double par les auteurs de [4] : tantôt la condition limite au chevalet est donnée par le chevalet (lorsque la corde est vers le bas), tantôt elle est donnée par le fil *juari* (lorsque la corde est vers le haut). L'action de ce chevalet sur la corde peut donc être principalement modélisé en considérant un obstacle ponctuel placé près de l'extrémité correspondant au chevalet [4].

On place donc l'obstacle ponctuel en $x = 6$ mm, et l'on pince à nouveau la corde en son milieu. La figure 7 montre une comparaison des signaux obtenus expérimentalement et numériquement.

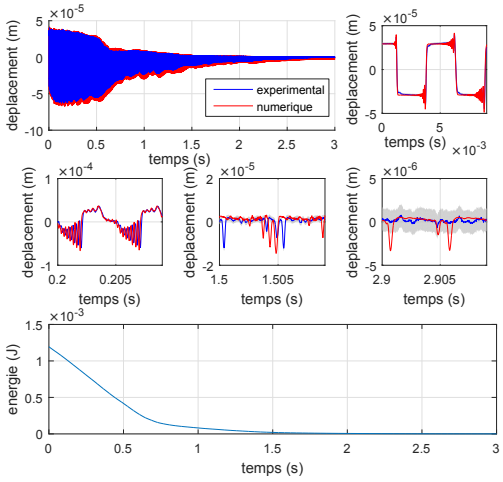
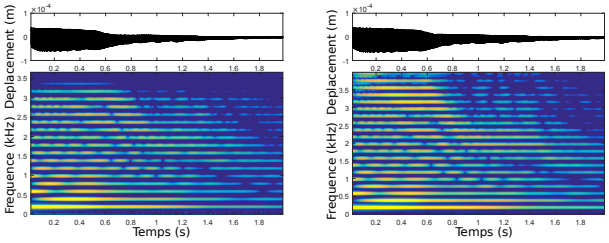


FIGURE 7 – Comparaison des signaux obtenus expérimentalement et numériquement, obstacle en $x = 6$ mm. Les zones grisées représentent l'incertitude à 95 % du signal expérimental.

Les observations sont semblables au cas de l'obstacle au milieu de la corde : les signaux temporels sont très proches mais sont déphasés, et le signal numérique présente à nouveau une amplitude plus grande que le signal expérimental. Néanmoins, celle-ci paraît moins surestimée que dans le cas d'un obstacle au milieu de la corde.

Les spectrogrammes (figures 8a et 8b) présentent également de grandes similarités, et l'on retrouve l'apparition d'un formant (zone spectrale renforcée)



(a) (b)

FIGURE 8 – Spectrogrammes, obstacle en $x = 6$ mm : (a) signal expérimental (b) signal numérique.

descendant, dont l'évolution temporelle est semblable à celle décrite dans [4] (étude expérimentale) et [18] (étude numérique), également dans le cas d'interaction entre une corde et un obstacle de type tampoura. Enfin, on remarque une décroissance plus rapide de l'énergie du signal numérique lorsque l'obstacle est proche d'une extrémité. Cela peut être la conséquence d'un transfert plus important d'énergie vers les autres fréquences à travers l'interaction corde / obstacle. Celle-ci serait donc dissipée plus rapidement, étant donnée la loi d'amortissement intrinsèque de la corde.

5 Conclusion

Nous avons présenté un schéma numérique conservatif permettant de prendre en compte finement des fréquences et amortissements réels d'une corde, et de simuler son mouvement en présence d'un obstacle ponctuel. Des comparaisons ont été présentées entre des simulations numériques et des signaux expérimentaux pour une corde isolée, mettant en évidence une très forte similarité entre eux. Afin d'étendre ces travaux, on peut notamment envisager l'ajout de pertes au niveau du contact, ainsi que la considération du mouvement selon (Oy). De plus, des mesures pourraient être effectuées sur des instruments de musique complets.

6 Remerciements

Des remerciements sont exprimés à l'*European Research Council*, ayant apporté son soutien aux travaux à travers le financement ERC-StG-2011-279068-NESS.

[1] G. Evangelista and F. Eckerholm. Player-instrument interaction models for digital waveguide synthesis of guitar : Touch and collisions. *IEEE transactions on audio, speech, and language processing*, 18(4) :822–832, 2010.

[2] A. Krishnaswamy and J. O. Smith. Methods for simulating string collisions with rigid spatial objects. In *Proc. IEEE Workshop of Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics*, pages 233–236, 2003.

[3] S. Siddiq. A physical model of the nonlinear sitar string. *Archives of acoustics*, 37(1) :73–79, 2012.

[4] C. Valette and C. Cuesta. *Mécanique de la corde vibrante*. Hermès, 1993.

[5] V. Chatziioannou and M. van Walstijn. Energy conserving schemes for the simulation of musical instrument contact dynamics. *Journal of Sound and Vibration*, 339 :262–279, 2015.

[6] S. Bilbao, A. Torin, and V. Chatziioannou. Numerical modeling of collisions in musical instruments. *Acta Acustica united with Acustica*, 101 :155–173, 2015.

[7] T. Taguti and Y. Tohnai. Acoustical analysis on the *sawari* tone of chikuzen biwa. *Acoust. Sci. & Tech*, 22(3) :199–207, 2001.

[8] S. Weisser and O. Lartillot. Investigating non-western musical timbre : a need for joint approaches. *Proceedings of the Third International Workshop on Folk Music Analysis*, pages 33–39, 2013. 6-7 juin.

[9] V.K. Astashev and V.L. Krupenin. Experimental investigation of vibrations of strings interaction with point obstacles. *Doklady Physics*, 46(7) :522–525, 2001.

[10] S. Bilbao. *Numerical Sound Synthesis : Finite Difference Schemes and Simulation in Musical Acoustics*. Wiley, 2009.

[11] C. Issanchou, J.-L. Le Carrou, C. Touzé, and O. Doaré. Etude du contact corde / frette. In *Congrès Français de Mécanique, Lyon*, 2015.

[12] J.-L. Le Carrou, D. Chadefaux, L. Seydoux, and B. Fabre. A low-cost high-precision measurement method of string motion. *Journal of Sound and Vibration*, 333 :3881–3888, 2014.

[13] J.-L. Le Carrou, F. Gautier, and R. Badeau. Sympathetic string modes in the concert harp. *Acta Acustica united with Acustica*, 95(4) :744–752, 2009.

[14] A. Paté, J.-L. Le Carrou, and B. Fabre. Predicting the decay time of solid body electric guitar tones. *J. Acoust. Soc. Am.*, 135(5) :3045–3055, 2014.

[15] C. Valette. Oscillateurs mécaniques simples, ondes et vibrations, mécanique des vibrations. Cours en D.E.A. A.T.I.A.M., 2000.

[16] H. Cabannes. Mouvements presque-périodiques d'une corde vibrante en présence d'un obstacle fixe, rectiligne ou ponctuel. *Int. J. Non-linear Mechanics*, 16(5/6) :449–458, 1981.

[17] C. Valette, C. Cuesta, C. Besnainou, and M. Castellengo. The tampura bridge as a precursive wave generator. *Acustica*, 74 :201–208, 1991.

[18] V. Chatziioannou and M. van Walstijn. Numerical simulation of tanpura string vibrations. *ISMA*, pages 609–614, 2014. Le Mans, France.