

# Conception d'un amortisseur de vibrations magnétique à raideurs ajustables

S. Benacchio<sup>a</sup>, A. Malher<sup>a</sup>, J. Boisson<sup>a</sup>, C. Touzé<sup>a</sup>, R. Monchaux<sup>a</sup>,  
O. Doaré<sup>a</sup>

a. IMSIA (Institut des Sciences de la Mécanique et Applications Industrielles), UMR  
9219 CNRS-EDF-CEA-ENSTA Université Paris-Saclay, 828 Bd des maréchaux,  
91762 Palaiseau Cedex  
simon.benacchio@ensta-paristech.fr

## Résumé :

*Cette étude porte sur la réalisation d'un amortisseur de vibrations constitué d'une masse oscillante magnétique placée dans un champ créé par des aimants statiques. En ajustant les positions de ces derniers, il est possible de contrôler les valeurs des raideurs linéaires et non linéaires afin de couvrir les cas d'un amortisseur à masse accordée, d'un puits d'énergie non linéaire et d'un amortisseur bi-stable. Une décomposition multipolaire permet d'établir une équation modèle pour le comportement de l'oscillateur magnétique. Une réalisation expérimentale permet d'observer les 3 configurations recherchées grâce à des mesures d'efforts statique.*

## Abstract :

*This study deals with the design of a magnetic vibration absorber. The vibrating magnetic mass is placed in a magnetic field created by fixed permanent magnets. The resulting linear and nonlinear stiffnesses can be controlled by adjusting the relative positions of the static magnets. The equations of the model of the damper are obtained using a multipole expansion. The proposed magnetic absorber can be used as a tuned mass damper, a nonlinear energy sink or a bi-stable vibration absorber. These 3 cases are experimentally observed using static force measurements.*

**Mots clefs :** *Amortisseur vibratoire; raideurs variables; forces magnétiques*

## Introduction

Dans le domaine du génie civil, des transports ou pour des structures linéaires plus académiques, les amortisseurs à masse accordée (en anglais TMD pour tuned mass dampers ou TVA pour tuned vibration absorbers) sont un moyen bien connu de réduire les vibrations [1]. Pour être efficace, ce type d'amortisseur doit avoir sa fréquence propre réglée sur celle de la structure à contrôler. Depuis le début des années 2000, l'apparition des amortisseurs purement non-linéaires a permis d'élargir les capacités des amortisseurs dynamiques [2]. La non-linéarité de ces systèmes peut par exemple être réalisée grâce à la raideur d'un fil sans tension [3]. Ces puits d'énergie non linéaires (en anglais NES pour nonlinear energy sink) permettent de cibler le transfert d'énergie sur la fréquence de la structure sans pour autant posséder de fréquence propre. Cependant, bien qu'irréversible, ce transfert ne se déclenche qu'à partir d'un seuil minimum d'énergie. Récemment, ce seuil a pu être réduit grâce à l'utilisation d'une raideur linéaire négative créant ainsi un amortisseur bi-stable [4, 5]. Le fait d'élargir la bande de fréquence contrôlable permet également le contrôle de structures non linéaires. Il est par exemple possible d'ajuster la forme de la non-linéarité d'un amortisseur pour en faire un miroir de celle de la structure primaire [6, 7]. Ce type d'amortisseurs peut être réalisé à l'aide de poutres à section variable [8]. Des exemples d'amortisseurs existent également dans le domaine de l'électromagnétisme. Liu et Liu [9] proposent de réaliser un amortisseur permettant de réduire les vibrations d'une poutre à dynamique linéaire à l'aide d'électroaimants. AL-Shudeifat [10] propose de réduire les vibrations dues à un choc à l'aide d'un absorbeur non linéaire constitué d'aimants placés de manière asymétrique. Cependant, bien que de nombreux dispositifs expérimentaux existent, peu d'entre eux sont adaptables et possèdent des termes de raideurs ajustables. L'utilisation de forces magnétiques permet d'atteindre cet objectif.

Ce travail propose de réaliser un amortisseur de vibrations constitué d'une masse oscillante magnétique placée dans un champ créé par 6 aimants statiques. Les raideurs équivalentes créées par les forces induites par ce champ magnétique sont linéaires et non linéaires et sont ajustables en modifiant la configuration géométrique de l'amortisseur. En particulier, il est possible d'obtenir une raideur linéaire positive, nulle ou négative. Une décomposition multipolaire ainsi que des mesures d'efforts statiques permettent de confirmer l'adaptabilité du dispositif.

## Montage expérimental

Le système expérimental proposé est composé de 6 aimants représentés en rouge et vert sur la Figure 1. Ces aimants sont de forme cylindrique annulaire pour permettre de les fixer sur des tiges représentées en gris sur la Figure 1. La largeur des aimants utilisés est notée  $L$  et leurs diamètres intérieur et extérieur sont respectivement notés  $D_{int}$  et  $D_{ext}$ . L'aimant 2 est l'élément mobile de l'amortisseur et oscille autour de sa position centrale  $x = 0$ . Les aimants fixes 1 et 3 sont dits répulsifs et 4, 5, 6 et 7 correctifs. Les longueurs  $r$ ,  $R$  et  $d$  sont réglées indépendamment les unes des autres

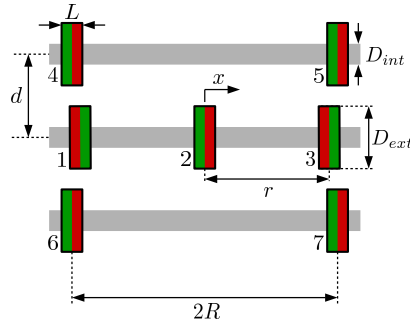


Figure 1: Schéma de l'oscillateur magnétique. Le rouge et le vert indiquent la polarisation des aimants les uns par rapport aux autres.

et permettent d'obtenir différentes configurations géométriques. La polarisation des aimants statiques étant fixe, le choix de ces 3 paramètres permet de contrôler les termes linéaires et non-linéaires de la force appliquée à l'aimant mobile.

## Modèle multipolaire

Afin de relier les valeurs des coefficients de raideur de l'oscillateur à celles de ses paramètres géométriques, les aimants du système sont modélisés à l'aide d'une décomposition multipolaire. Le champ magnétique induit par des aimants de diverses formes est approché à l'aide de cette méthode dans [11]. Il est important de noter que la décomposition multipolaire n'est valable que si le point d'intérêt est situé à une distance supérieure aux distances caractéristiques des aimants étudiés (typiquement le rayon d'une sphère englobant l'aimant). Pour un aimant possédant une forme cylindrique circulaire et axialement magnétisé, le champ magnétique en un point est donné par

$$\mathbf{B}(\mathbf{p}) = \frac{\mu_0 m}{4\pi V} \sum_{n \text{ impair}} \frac{(L/2)^{n+2}}{p^{n+2}} \left( (n+1)D_n \hat{\mathbf{r}} - \frac{dD_n}{d\theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \right) = \sum_{n \text{ impair}} \mathbf{B}_n(\mathbf{p}), \quad (1)$$

avec  $\mathbf{p}$  le vecteur reliant le centre de l'aimant et le point d'intérêt,  $\mu_0$  la perméabilité du vide,  $m$  l'amplitude du moment magnétique  $\mathbf{m}$  de l'aimant,  $V$  son volume,  $L$  sa longueur et  $\left( (n+1)D_n \hat{\mathbf{r}} - \frac{dD_n}{d\theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \right)$  un terme prenant en compte la géométrie de l'aimant. Lors de cette étude les quatre premiers termes du champ magnétique, correspondant aux champs rayonnés par un dipôle, un quadrupôle, un hexapôle et un octopôle, sont pris en compte. De plus, les aimants utilisés sont de forme annulaire pour pouvoir être fixés. Afin de prendre en compte cette géométrie, il est possible d'ajouter le champ créé par un aimant de rayon  $D_{ext}$  et possédant une aimantation  $\mathbf{M}$ , à celui créé par un aimant de rayon  $D_{int}$  et possédant une aimantation  $-\mathbf{M}$  [11]. Ainsi l'aimantation totale de l'aimant est nulle dans le volume occupé par le trou. Dans la suite on note  $\mathbf{B}$  le champ magnétique rayonné par un aimant percé.

Dans le cas où un autre aimant de moment magnétique  $\mathbf{m}_2$  est placé au point de coordonnées  $\mathbf{p}$ , la force exercée sur ce dernier et due au champ magnétique calculé précédemment est donnée par

$$\mathbf{F}(\mathbf{p}) = \nabla(\mathbf{m}_2 \cdot \mathbf{B}(\mathbf{p})) \quad (2)$$

Dans le cas de l'oscillateur présenté sur la Figure 1, l'aimant 2 subit les forces résultantes dues aux 6 aimants l'entourant. La force totale est donc

$$\mathbf{F}_{\text{Tot}} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 2}}^7 \mathbf{F}(\mathbf{p}_i), \quad (3)$$

avec  $\mathbf{p}_i$  le vecteur entre le centre de l'aimant  $i$  et le centre de l'aimant 2. Il est important de noter que pour  $i = 1$  et 3, la distance  $p_i$  dépend de  $r$  et de  $x$  et que pour  $i = 4, 5, 6$  et 7, la distance  $p_i$  dépend de  $R, d$  et de  $x$ . Le développement limité en  $x = 0$  et à l'ordre 5 de la force totale permet de la réécrire sous la forme

$$\mathbf{F}_{\text{Tot}}(x) \approx (K_1^{\text{rép}} - K_1^{\text{cor}})x + (K_3^{\text{rép}} - K_3^{\text{cor}})x^3 + (K_5^{\text{rép}} - K_5^{\text{cor}})x^5. \quad (4)$$

Les  $K_j^{\text{rép}}$  correspondent aux termes dus aux aimants répulsifs et dépendent de  $r$  alors que les  $K_j^{\text{cor}}$  correspondent aux termes dus aux aimants correctifs et dépendent de  $R$  et de  $d$ . La Figure 2 donne l'évolution de ces coefficients de raideur équivalents en fonction de l'évolution de  $d$  et de  $r$  lorsque  $R = r$ . De nombreuses autres configurations peuvent être étudiées. Pour des raisons de simplicité nous nous limitons à celle-ci. La Figure 2(a) permet de choisir une configuration géométrique donnant une raideur

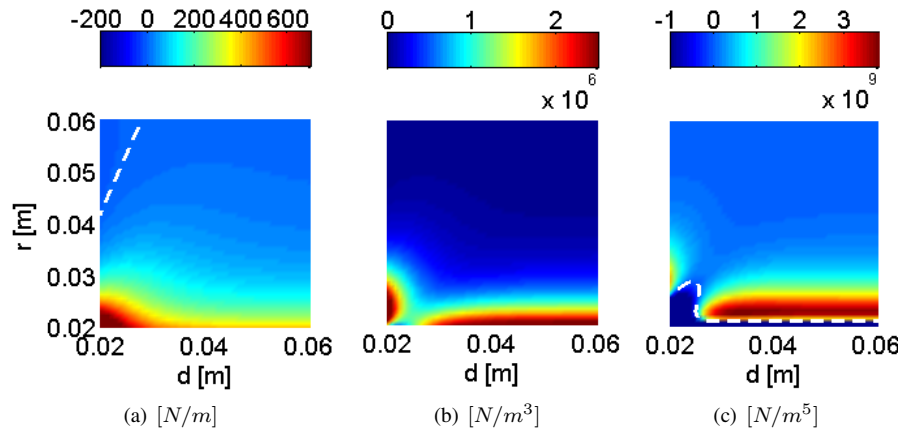


Figure 2: Évolution théorique des coefficients de raideur linéaire (a), cubique (b) et quintique (c) en fonction de  $r$  et  $d$  lorsque  $R = r$ . Les annulations des coefficients sont indiqués par les lignes pointillées blanches.

linéaire positive, nulle ou négative. Les Figures 2(b) et 2(c) permettent d'ajuster la non-linéarité de l'amortisseur.

## Mesures statiques

Pour une configuration géométrique donnée, un moyen d'estimer expérimentalement les termes de raideur est de mesurer la force exercée sur l'aimant mobile en fonction de son déplacement. Ce dernier est imposé par un automate afin d'assurer la précision et la répétabilité des mesures. La force exercée sur l'aimant mobile et due au champ magnétique créé par les aimants fixes est mesurée à l'aide d'une balance. Une équation possédant un terme linéaire, cubique et quintique est ajustée sur les résultats afin d'en déduire les coefficients  $K_1$ ,  $K_3$  et  $K_5$ .

Afin d'illustrer les différents cas rencontrés précédemment, trois mesures sont représentées sur la Figure 3. Dans chacun de ces cas la mesure est représentée par ( $\circ$ ) et l'ajustement par ( $\text{—}$ ). Les paramètres géométriques et les valeurs des raideurs sont donnés dans le Tableau 1. Grâce à la pente autour de  $x = 0$ , on constate que les Fig-

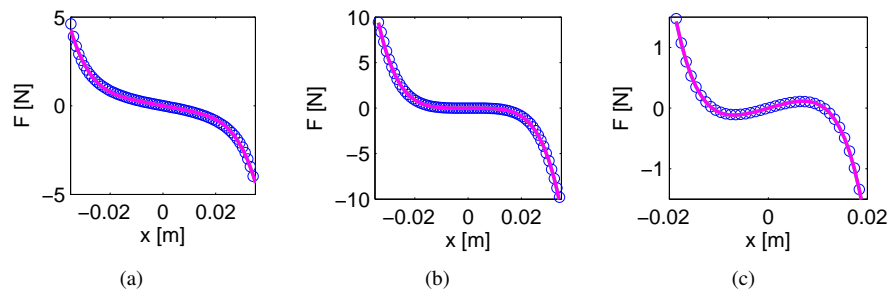


Figure 3: Mesure ( $\circ$ ) et ajustement ( $\text{—}$ ) de la force en fonction du déplacement de l'aimant mobile pour une configuration donnant une raideur linéaire positive (a), nulle (b) et négative (c).

ures 3(a), 3(b) et 3(c) correspondent bien à des cas de raideur linéaire positive, nulle et négative.

Figure	$r[m]$	$d[m]$	$K_1[N/m]$	$K_3[.10^3 N/m^3]$	$K_5[.10^6 N/m^5]$
3(a)	0.047	0.046	28.24	2.48	61.40
3(b)	0.047	0.024	-0.22	38.63	183.20
3(c)	0.04	0.02	-23.41	117.66	495.86

Table 1: Paramètres géométriques et raideurs identifiées.

## **Bilan et perspectives**

L'amortisseur de vibrations magnétique à raideurs ajustables permet donc d'obtenir des cas de raideur linéaire positive, nulle ou négative. La modélisation de cet oscillateur par une décomposition multipolaire permet de prédire de manière qualitative les valeurs des termes linéaire, cubique et quintique pour une configuration géométrique donnée. La non-linéarité de l'oscillateur peut donc également être réglée. En prenant en compte les frottements secs présents dans l'amortisseur, une étude dynamique théorique et expérimentale permettra de définir les bandes fréquentielles ainsi que les amplitudes que l'oscillateur peut amortir. Enfin, l'ajout d'un système d'amortissement visqueux adaptable devrait également permettre de faire varier ce paramètre pour étudier son influence sur l'efficacité de l'amortisseur.

## ***Remerciements***

Les travaux présentés dans cet article ont bénéficié du support financier de la DGA (projet DGA-MRIS AMORMAG).

## Références

- [1] J.P. Den Hartog, *Mechanical vibrations*. McGraw-Hill, New-York, 1934.
- [2] A.F. Vakakis, O.V. Gendelman, L.A. Bergman, D.M. McFarland, G. Kerschen, Y.S. Lee, *Nonlinear Targeted Energy Transfer in Mechanical and Structural Systems*. Springer, series : Solid Mechanics and its Applications, 2009.
- [3] D.M. McFarland, L.A. Bergman, A.F. Vakakis, *Experimental study of non-linear energy pumping occurring at a single fast frequency*. Non-linear Mechanics, 40, 891-899, 2005.
- [4] L.I. Manevitch, G. Sigalov, F. Romeo, L.A. Bergman, A.F. Vakakis, *Dynamics of a Linear Oscillator Coupled to a Bistable Light Attachment: Analytical Study*. Journal of Applied Mechanics, 81(4), 041011 2013.
- [5] F. Romeo, G. Sigalov, L.A. Bergman, A.F. Vakakis, *Dynamics of a Linear Oscillator Coupled to a Bistable Light Attachment: Numerical Study*. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 10(1), 011007 2014.
- [6] R. Vigiú, G. Kerschen, *Nonlinear vibration absorber coupled to a nonlinear primary system: A tuning methodology*. Journal of Sound and Vibration, 326, 780-793, 2009.
- [7] G. Habib, T. Detroux, R. Vigiú, G. Kerschen, *Nonlinear generalization of Den Hartog's equal-peak method*. Mechanical Systems and Signal Processing, 52-53, 17-28, 2015.
- [8] C. Grappasonni, G. Habib, T. Detroux, F. Wang, G. Kerschen, K.S. Jensen, *Practical design of a nonlinear tuned vibration absorber*. Proceedings of the ISMA 2014 conference, September 2014.
- [9] J. Liu, K. Liu, *A tunable electromagnetic vibration absorber: Characterization and application*. Journal of Sound and Vibration, 295, 708-724, 2006.
- [10] M.A. AL-Shudeifat, *Asymmetric Magnet-Based Nonlinear Energy Sink*. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 10(1), 2014.
- [11] A.J. Petruska, J.J. Abbott, *Optimal Permanent-Magnet Geometries for Dipole Field Approximation*. IEEE transactions on magnetics, 49(2), 811-819, February 2013.